Silvio. Belli de prop. ^{ne} del. mondo

SILVIO BELLI
VICENTINO

DELLA
PROPORTIONE, ET PROPORTIONALITA'
Communi Passioni del Quanto.

LIBRI TRE.

Utili, & necessarij alla vera, & facile intelligentia dell'Arithmetica, della Geometria, & di tutte le scientie & arti.

Al Magnanimo Alessandro Farnese Card.

CON PRIVILEGIO.

IN VENETIA, *Appresso Francesco de' Franceschi Sanese.* 1573.

Opere che con l'aiuto de Iddio darà in luce l'Auttore.

Gli Elementi Arithmetici.
Gli Elementi Geometrici.
L'arte di descriuere, inscriuere, circonscriuere, & diuidere le figure.
L'arte de Numeri.
L'arte del Misurare.
L'arte di descriuere i lochi terrestri.
L'arte dello Ingegnero.
La descrittione del Mondo.
L'arte di descriuere Orologi da Sole.

AL MAGNANIMO
ALESSANDRO FARNESE
CARDINALE.

Essendo ILLVSTRISSIMO *et* REVERENDISSIMO SIGNORE, *che alcune regole di numeri, di linee, di superficie, d'angoli, & di figure, appron la vera via alla facile, & certa intelligentia di tutte le scientie, & arti; gli antichi le chiamorono di quelle Elementi. Doppo impropriamente si sono adimandate Elementi Geometrici, con il qual nome, molte di esse, sono peruenute à noi, scritte in quinde-*

ci libri da Euclide Megarese, huomo di grandissimo nome. Ma così difficilmente trattate, che vi vogliono molt'anni à studiarle, & doppo pochi sono quelli che le intendano; onde ne auuiene, che si è introdotto, che quasi tutti passano all'altre scientie, & arti, senza le dette regole: perloche in quelle si acciecano, & vanno errando priui della luce della verità. Però drittamente disse Platone in persona di Socrate, ne i libri della Republica, l'occhio della mente, che da gli altri studij vien ciecato, & cauato; solo dalle discipline Mathematiche viene ricreato, & eccitato; & altroue lo istesso Platone disse. Le discipline Mathematiche allettano, eccitano, ergono, spingono, & conuertono, la ragione, la intelligentia, & la contemplatione, alla verità. Onde si vede la cagione per laquale egli scrisse sopra la porta della sua Academia, queste parole.

Niuno entri senza Mathematica.

Et

Et si vede ancora per qual causa Tolomeo Filadelfo, Re di Egitto, il quale conoscendo la difficultà de i scritti di Euclide, (che à suoi tempi, & appresso lui viueua) lo adimandò se vi era via piu facile, di trattare gli Elementi di quella, che egli haueua tenuta. Gli rispose, non vi essere alcuna via Regia. Dal che ogn'uno che sia affettionato alla verità, et desideroso di far cose, che aggradischino à gli animi Regij, chiaramente comprende, che quando ve nisse fatto ad alcuno; il trouare vna tal via, che non solo giouarebbe à studiosi, nell'aprirli la strada, al corso di tutte le scientie, & arti; ma che insieme farebbe opera degna di essere commendata, & fauorita da ogni animo Regio. Però essendo io per il diuino fauore, già molto tempo mosso da tal desiderio, con lo istesso aiuto, mi pare doppo l'hauerui speso quindeci anni di tempo, hauere veramente trouata la via Regia, di trattare con ordine naturale

tur ale

turale, tutte le Mathematiche, & ho incominciato dalle Proportioni, & Proportionalità Communi Passioni del Quanto subietto uniuersale, di tutte esse Mathematiche, & parendomi non solo hauerle trattate con il detto ordine naturale; ma anco hauerle ampliate, & risecate, doue faceua bisogno, & con tal facilità spiegate, che si sono fatte piane, & facili, di difficilissime che erano: mi rendo sicuro, che potrà ciascuno presto farsi patrone di quelle, & risoluere ogni gran dubbio, et dimostrare ogni difficile proposta, seruendosi della verità delle Diffinitioni trouate da me, & dell'ordine semplice, & naturale, c'ho seruato: onde ad ogn'uno benchè à graui negotij intento, questi libri possono essere di vtile, & di diletto grande. Hor hauendo in ciò (per quel ch'io credo) adempiuto il desiderio mio, non solo nel giouare à studiosi, ma nello aggradire ad ogni degno Principe, ne essendo io Apelle, ò

Fidia

Fidia per immortalare la effigie Regia di Vostra Illustrißima, & Reuerendißima Signoria, le offero, & dedico questa mia opera, perpetuo testimonio della affettione, che porto alle heroiche virtù sue, essendo sicuro, che serà accettata dallo inuitto animo di quella, con quello affetto che à Regia persona si ricerca, alla quale prego ogni felicità, & humilmente bascio la mano.

Di Venetia à dì 14 Ottobre 1573.

Di V. S. Illustriß. et Reuerendiß.

Humiliß. seruitore

Siluio Belli.

A Lettori.

HAVENDO io benigno lettore longamente prima oſſeruato, che pochiſsimi di quelli che ſi metteuano ad imparare gli elementi Geometrici perſeuerauano; anzi che quaſi tutti abbandonauano la impreſa da principio, per la difficultà, & poca dilettatione, che nell'imparare detti elementi prouauano; mi poſi à conſiderare, quello, che per l'adietro non haueua hauuto ardire di fare per la riuerentia che ragioneuolmente io portauo ad Euclide Megarenſe Auttore d'eſsi elementi, per la grandiſsima auttorità de' ſuoi ſcritti acquiſtata per la antichità, & per la copia d'huomeni di nome, parte de quali, hanno commentati eſsi elementi, & parte gli hanno

ne' ſuoi libri citati, & per trouarſi ſoli a'noſtri tempi che trattino tal materia: mi poſi dico a conſiderare ſe la detta difficultà, & poca dilettatione era naturale d'eſsi elementi, o ſe naſceua da qualche diffetto dell'Auttore. Et per un tempo la ragione da un canto mi dettaua che'l diffetto naſceſſe per eſſere la materia d'eſsi elementi inordinata; & dall'altro canto la detta auttorità mi faceua credere, che quella materia non ſi poteſſe con altro miglior modo trattare. Finalmente mi deliberai far proua con ogni mio ſtudio ſe poteuo ſcriuere le medeſime coſe ordinatamente; accio che ſe mi ueniua fatto, i ſtudioſi ſe ne poteſſero far patroni facilmente, & con dilettatione: eſſendo che l'ordine nelle ſcientie, & arti è cauſa, che facilmente s'impari, & l'imparare facilmente è l'iſteſſo diletto. Hor s'io non me inganno, con l'aiuto

diuino ho conſeguito lo intento mio; & non ſolamente mi ſon confirmato nella opinione, ch'io haueuo intorno all'ordine della materia trattata ne'i quindeci libri de gli elementi di Euclide: ma oltre ciò mi par hauer trouato in quelli, molt'altri diffeti importanti. Et accio, che la uerità ſia paleſe, & non ad altro fine, mando hora in luce le Communi Paſsioni del Quanto. Et perche queſta materia è ſtata trattata da Euclide nel ſuo quinto libro de gli elementi; uoglio in queſto loco dire il parer mio intorno ad eſſo quinto libro, à fine, che il lettore, per ſuo beneficio, ſappia la opinione ch'io ho di quello. Hor a me pare che il detto quinto libro patiſca ſei oppoſitioni.

La prima è, che quello non ſi doueua collocare tra gli elementi Geometrici, perche le coſe, che in eſſo ſi tratta-

no, sono passioni communi al numero & alla grandezza, & con esse si dimostrano i communi pareri, che esso Euclide ha fatti principii dell'Arithmetica & della Geometria; onde si doueua porre esso libro, auanti il trattato dell'Arithmetica, & della Geometria.

La seconda è, che le cose, le quali in esso libro si trattano, non si poteuano ragioneuolmente trattare come passioni speciali della grandezza, come esso Euclide ha fatto; essendo quelle, come hò detto, passioni communi al numero, & alla grandezza; perche trattandosi come speciali passioni della grandezza, siamo sforzati replicare le stesse cose nell'Arithmetica; come si uede ch'è stato sforzato Euclide a fare nel suo settimo libro de gli elementi; nel quale tratta de numeri, il che non hauerebbe fatto, se come passioni communi, le hauesse trattate.

La terza è, che le dette cose sono trattate senza ordine. Le proposte settima, ottaua, nona, & decima, che in esso libro si leggono, doueuano essere le prime, perche trattano delle passioni della proportione, & l'altre trattano della proportionalità, & la proportione è semplice rispetto alla proportionalità, perche delle proportioni si fa essa proportionalità, & nelle scientie prima si dimostrano le passioni delle cose semplici; & poi quelle delle composte; essendo che il composito non si può intendere, se prima non si conoscono le cose, delle quali esso è composto. oltre di cio è disordine, che Euclide habbia fatte le dette quattro proposte speciali, potendo con due proposte piu communi dimostrare tutto quello, che in esse quattro proposte ha dimostrato, & molto più. Il che si puo uedere nel secondo di questi libri. An-

cora l'altre proposte d'esso libro sono senza niuno ordine, perche quelle che trattano delle pasioni della proportionalità, sono interrotte non solamente dalle dette quatro, ma da altre che sono superflue: delle quali si dirà qui sotto. Ne basta quello, che alcuni dicono per scusa di Euclide circa l'ordine, cioè che i suoi elementi Geometrici sono ordinati: perche le proposte di quelli sempre si dimostrano, o da proposta immediata, o da proposta dimostrata inanzi; perche se questo è ordine, è ordine nel dimostrare, & non è ordine nella materia, che si tratta; Et a trattare una materia ordinatamente, bisogna ordinare le parti di quella, secondo che la Natura le ha disposte; & cosi esse parti ueniranno ad essere collocate, senza interrompimenti, a'loro lochi conuenienti: Et le dimostrationi di quelle necessariamente seranno ordinate sen-

za hauer bisogno di domande, ne de impertinenti proposte fabricate, solo per dimostrare la seguente a loro, & non perche sieno elementari. perche le proposte elementari, non sono quelle che dimostrano la seguente ad esse solamente, ma sono le pasioni del piu simplice membro della materia, che si tratta, le quali, se auuiene, che sieno communi o a due, o a piu membri d'essa materia, in essa communità si deueno trattare, Et queste hanno uso marauiglioso nel dimostrare l'altre scientie mathematiche, & nell'ordinare, & esequire l'arti piu nobili, come è quella dell'ingegnero, & quella dell'Architetto.

La quarta è, che in esso libro ui sono molte cose superflue; sono in esso superflue tutte le proposte, che dimostrano de i moltiplici solamente, le quali sono in tutto sette, cioè le sei prime,

& la quintadecima ; ſono ſuperflue: perche quello che eſſe dimoſtrano ſenza eſſe, ſi può dimoſtrare de i quanti proportionali, ne i quali ſi comprendono anco i moltiplici. oltre le dette ſono ſuperflue la undecima, & la terzadecima, perche dalle ſue communi ſententie ſono dimoſtrate, & ancora dalla ſettima propoſta; la quarta decima è ſuperflua: perche è dimoſtrata nella decima ſeſta; la uigeſima, & la uigeſima prima: perche ſono dimoſtrate nella uigeſima ſeconda, & nella uigeſima terza; egli è anco ſuperfluo nel numero delle propoſte delle paſsioni della proportione; hauendo fatto quelle quatro: poi che due baſtano, anzi dimoſtrano piu di eſſe quattro. Oltre di ciò la decima, & la undecima diffinitioni ſono ſuperflue come impertinenti, ſe però s'hanno da intendere come io credo, che dal primo al terzo di tre quanti con-

ti continui proportionali ui ſia due uolte la proportione, ch'è dal primo al ſecondo, & tre uolte ſe ſono quattro: perche ciaſcuno che ſappia, che coſa ſia proportionalità continua ſa cio eſſere coſi. Ma quando le dette diffinitioni ſe intendeſſero come da i traduttori ſono ſcritte; cioè che il primo all'ultimo di detti tre termini, habbia la proportione doppia, ch'ha il primo al ſecondo, & tre uolte tanto quando ſono quattro, è il falſo: perche ſe i detti termini ſeranno come per eſſempio nella proportionalità del tre tanti, il primo ſerà tre uolte il ſecondo, & comparato al terzo ſerà noue uolte eſſo terzo, ch'è la proportione del primo al ſecondo triplicata, & non doppia, & comparato al quarto ſerà uintiſette uolte quanto quello, ch'è la detta proportione & dal primo al ſecondo noue uolte, & non tre uolte tanto come eſſa diffinitione dice.

La quinta oppoſitione è, chel ſia diminuto nel dichiarare le ſpetie della proportione, & quelle della proportionalità, & nel trattare le paſsioni della proportione, non hauendo dimoſtrato, che le proportioni s'hanno l'una all'altra come i quanti nel modo dimoſtrato nel ſecondo de miei libri.

La ſeſta, & ultima oppoſitione è che egli fa la ſua quinta diffinitione propoſta immediata, & la fà principal fondamento nelle ſue dimoſtrationi; nondimeno eſſa è propoſta oſcura, che ricerca ardua dimoſtratione, come ſi puo uedere nel fine del terzo de' miei libri doue l'ho dimoſtrata. Onde ne ſegue, che le propoſte di detto quinto libro non ſiano dimoſtrate; Eſſendo che il mezo della loro dimoſtratione è ignoto; la qual coſa ſecondo il mio parere è di molta importantia. Oltre di cio ſe eſſa quinta diffinitione non ſta bene, ne

anco la ſettima ſta bene, la quale diffiniſce con la ſteſſa uia la maggiore inugualità, & ſe queſte non ſtanno bene ua namente ha poſto la prima, & ſeconda diffinitioni della parte, & del moltiplice, poſte à fine di poter diffinir queſte.

Quello ch'io ſento de gli altri libri de gli elementi di Euclide, ſi leggera nel principio de i miei elementi Geometrici. Accetta dunque benigno lettore con lieto animo queſti miei tre libri, & ſe non troui in eſsi tutto quel diletto che deſideri, incolpa la matteria, che in eſsi ſi tratta, la quale perche uerſa intorno il Quanto in uniuerſale auuiene, che non è come l'altre mie opere diletteuole. Ma ſappi che ſe tu apprendi bene le coſe che in queſti tre libri ſi contengono, tutte le altre mie opere ti ſeranno facili, & di ſommo diletto; perche le proportioni, & le proportionalità ſono l'inſtrumento di trouare la ue-

rità nelle mathematiche dimostratio-
ni,& appresso, cio, hanno in tutte le
scientie, & arti uso grandissi-
mo , & l'habito che farai
nel studiarle, ti age-
uolerà nel pro-
cesso. Sta
sano.

SILVIO BELLI
VICENTINO

Della Diffinitione, Diuiſione, & Comparatione del Quanto.

LIBRO PRIMO.

DELL'ORDINE
Cap. I.

DI tutte le coſe quella è piu ſemplice, che in piu ſi troua, o uirtualmente, o attualmente; perche le ſemplici cauſano, & fanno quelle, che non ſono ſemplici, & percio parte della uirtù, &

qualità loro paſſa nell'altre. Onde ne auuiene, che ſieno di quelle principij, & che la cognitione loro ci conduca alla cognitione delle fatte da eſſe. Oltre di ciò delle fatte alcune ſono ultime, & altre tra queste, et i principij tengono il loco loro, le quali riſpetto à quelle che le ſeguono hanno ragione di principij, & riſpetto à quelle, che le antecedono ſono da altre fatte. Di più in ogni grado delle coſe fatte una tiene il loco di mezo, & percio ſempre è ad un modo. Onde ne auuiene, che ella ſia regola di ſe ſteſſa, & dell'altre; perche con la ſua ſtabilità ſerue come una certa miſura per conoſcere la uariabilità di quelle, & per queſta cauſa la cognitione di lei precede alla cognitione dell'altre. Oltre di ciò di queſte di mezo la manco compoſita, come elemento, paſſa nella più compoſita, per la qual coſa anco in quel loco ci apre la uia alla intelligentia, et da queſto auuiene che ella ſia più del-

l'altre elementare. Et accio che da ogn'uno ſia inteſo, darò l'eſſempio. Nelle proportioni la uguale tiene il loco di mezo tra quelle del minore, & quelle del maggiore, tra le linee la retta, tra le ſuperficie la piana, tra le linee ſituate le parallele, tra gli angoli il retto, tra le figure angolari rettilinee il quadrato, & tra le ſolide il cubo. Nel cubo ui è il quadrato; l'angolo retto, le parallele, il piano, la retta, & la proportione uguale; nel quadrato le anteriori ad eſſo, nell'angolo retto il medeſimo; & nelle parallele, nel piano & nella retta. Onde ſi uede che l'una è elemento dell'altra, come meglio ſi intenderà ne' miei libri de gli elementi Geometrici. Et di più tra le coſe fatte alcune ſono ordinate, et alcune nò. Le ordinate debbono precedere: perche con la ſimplicita, & bellezza dell'ordine ſuo, ci fano conoſcere la inordinatione dell'altre. Però biſogna prima trattare de i principij & poi delle

cose che da quelli deriuano: preponendo sempre la meno composita alla piu composita, & quella che tiene il loco di mezo all'altre, & la ordinata alla inordinata. Ma perche nel principio del filosofare si rappresentano in confuso all'intelleto tutte le specie delle cose fatte, le quali passate per i sensi alla memoria si sono in quella fermate. Se faremo il sortimento di quelle ueniremo in cognitione del subietto tottale della scientia che uorremo trattare, & diuidendo quello ci rappresenterà, le spetie sue, & i suoi principij, & le passioni communi di esse specie, le quali prima di tutte l'altre deueno essere trattate; perche ritrouandosi in più sono dell'altre piu semplici, & perche ci leuano la fattica di replicare lo stesso piu uolte. Dalle cose dette segue che la scientia che tratta le cose piu communi preceda all'altre, & che in tutte siano da essere preposte le passioni piu communi alle manco communi. Però hauen-

hauendomi io proposto di trattare della proportione & della proportionalità rationale le quali sono passioni communi del Quanto ragione è, che siano preposte ad ogni altra scientia, & arte mathematica, tutte le quali uersano intorno esso Quanto, la proportione precede alla proportionalità, perche è meno composita. La onde ho diuiso l'opera in tre libri; nel primo de' quali ho diffinito, diuiso, & comparato à bastanza il Quanto, total subietto di quelle, per quello che alla proportione, & proportionalità si ricerca. Nel secondo ho diffinita, diuisa, & considerata la proportione in se, & comparata. Nel terzo, & ultimo ho diffinita, & diuisa la proportionalità nelle sue spetie, & considerata fino à quel termine che si conuiene.

DELLA DIFFINITIONE ET DIVISIONE DEL QVANTO. Cap. II.

1 *Il Quanto.*

QVanto, si chiama quello ch'ha parti.
Le prime specie del quanto sono il numero, & la grandezza.

2 *Il Numero.*

Numero, si chiama il quanto ch'ha le sue parti per loro stesse separate.

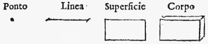
3 *La grandezza.*

Grandezza, si chiama il quanto, ch'ha le sue parti congionte ad un termine commune.
Le prime sue specie sono la linea, la superficie, & il corpo.

4 *I Termini.*

La linea è terminata dal ponto, la Super-

ficie dalla linea, & il corpo dalla superficie.



Del Quanto Comparato. Cap. III.

I*L quanto si considera, o in se stesso, o comparato. Ma diuersamente si considera in se il Numero, della Grandezza, & di questa altramente la Linea, altramente la Superficie, & altramente il corpo. Ma in comparatione tutte le dette specie si considerano ad un modo nella commensurabilità, comparandosi pero il Numero al numero, la Linea alla linea, la Superficie alla superficie, &* il Corpo *al corpo: Per la qual cosa bisogna prima trattare di quelle secondo la comparatione, & poi à suoi lochi conuenienti si tratterà il restante.*

Il Quanto comparato.

La comparatione d'un quanto ad un' altro moſtra l'uno all'altro, o uguale, o diſuguale, & moſtra lo auanzo nel quale l'uno ſupera l'altro, & la quantità dell' uno in comparatione dell'altro.

1 *L'uguale.*

Vn quanto ſi dice uguale ad un' altro 6
quando non ſi auanzano l'uno l'altro. 6

2 *Il Diſuguale.*

I quanti, ſi dicono diſuguali quando 6
l'uno auanza l'altro. 4

3 *Il Maggiore.*

Quello che auanza l'altro ſi dice 6
maggiore. 3

4 *Il Minore.*

Quello ch'è auanzato ſi dice minore. 3
6

I quanti disuguali sono, o commensurabili, o incommensurabili.

5 Il commensurabile.

Due quanti si dicono commensurabili quando uno medesimo quanto misura l'uno, & l'altro di quelli. 2 / 6 4

6 La misura.

Vn quanto si dice misurare un'altro quanto: quando è contenuto apunto da quello. 2 lo 8

7 L'incommensurabile.

Due quanti si dicono incommensurabili, quando niuno quanto i può misurare ambedue.

De i quanti incommensurabili dirò piu distintamente à suo loco: perche la incommensurabilità è passione della grandezza solamente, ancor che nelle proposte de i seguenti libri, anco de i quanti incommen-

ſurabili ſi dimoſtra.

Se de i quanti commenſurabili il comparato è minore dell'altro, alqual ſi compara egli è o parte, o parti di quello.

8 *La parte.*

La parte è detta o uniuerſalmente di tutti i quanti, o particolarmente de i quanti commenſurabili in quanto ſono tali. Nel primo modo:

Parte ſi dice quello del tutto ch'è minore di eſſo. $\frac{3}{8}$

Nel ſecondo modo del quale hora ſi tratta.

Parte ſi dice un quanto d'un altro quando lo miſura. $\frac{2}{6}$

Le ſpecie della parte ſono il mezo, il terzo, il quarto, & l'altre che per ordine ſeguono. $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$

9 *Le parti.*

Parti ſi dice un quanto minore d'un mag

giore: quando il minore non puo misurare il maggiore, & qualche sua parte lo misura. 2 3

Le specie delle parti sono le due parti di tre, le tre parti di quattro, le due, o tre, o quattro parti di cinque, et l'altre che alle dette seguono. 2 3 2 3 4 / 3 4 5 5 5

Se de i quanti commensurabili il comparato è maggiore dell'altro, alqual si compara egli è a quello, o una uolta, & parte, & una uolta, & parti, o moltiplice, o moltiplice, & parte, o moltiplice, & parti.

10 *L'una uolta & parte.*

Vn quanto si dice una uolta, & parte d'un'altro quando contiene quello una uolta, & una sua parte. 6 4

Le sue specie sono l'una uolta, & mezo, l'una uolta, & terzo, l'una uolta, et quarto, & l'altre. 3 4 5 / 2 3 4

11 *L'una uolta et parti.*

Vn quanto ſi dice una uolta, & parti d'un' altro: quando contiene quello una 2
uolta, & ſue parti. 2

Le ſue ſpecie ſono l'una uolta, & due parti di tre, l'una uolta. & tre parti di quattro, l'una uolta et due, o tre, o quattro parti di cinque, & quelle che ſeguono.

5	7	7	8	9
3	4	5	5	5

12 *Il moltiplice.*

Vn quanto ſi dice moltiplice ad un' altro, quando contiene quello piu uolte 6
apunto 2

Le ſue ſpecie ſono il due tanti, il tre tanti, il quattro tanti, & l'altre che per ordine ſeguono.

2	3	4
1	1	1

13 *Il moltiplice, et parte.*

Vn quanto ſi dice moltiplice, & parte di un' altro: quando contiene quello piu uolte, & una

& una sua parte. $\frac{5}{2}$

Le sue specie sono il due tanti, & il mezo, il due tanti et terzo, il tre tanti, & mezo, il tre tanti, & terzo, & quelle de gli altri ordini simili $\frac{5}{2}$ $\frac{7}{3}$ $\frac{7}{2}$ $\frac{10}{3}$

14 *Il moltiplice, & parti.*

Un quanto si dice moltiplice, & parti d'un altro: quando contiene quello piu uolte, & sue parti. $\frac{8}{3}$

Le sua specie sono il due tanti, & due parti di tre, il due tanti, & tre parti di quatro, il tre tanti, & due parti di tre, il tre tanti, & tre parti di quatro. $\frac{8}{3}$ $\frac{11}{4}$ $\frac{11}{3}$ $\frac{15}{4}$

Fine del primo Libro.

SILVIO BELLI
VICENTINO

Della Diffinitione, Diuisione, & Consideratione della Proportione.

LIBRO SECONDO.

DELLA DIFFINITIONE & Diuisione della Proportione. Cap. I.

PROPORTIONE Arithmetica si dice la quantità, nellaquale un quanto sopravanza un'altro quanto della sua specie. 8 2 6

Di questa non s'ha da trattare in questi libri: perche è principio dell'ordine, & non è propriamente proportione, & allo Arithmetico solo s'appartiene il trattare di lei.

2 *Geometrica.*

Proportione Geometrica, si dice la quantità d'un quanto in comparatione d'un altro quanto della sua specie. 2 6

Le prime sue specie sono, la rationale, & la irrationale.

3 *La rationale.*

Proportione rationale, si dice quella che nasce dalla comparatione de i quanti commensurabili. 6 4

4 *La irrationale.*

Proportione irrationale, si dice quella che nasce dalla comparatione de i quanti incommensurabili.

Di questa si trattera piu distintamente al suo loco.

La proportione rationale, è delle specie che si sono dette di sopra ne i quanti commensurabili, come nella seguente tauola.

Tauola della Proportione.

- Proportione
  - Arithmetica
  - Geometrica
    - rationale
      - Vguale 4 a 4
      - Inuguale
        - Del minore
          - Parte 2 a 6
          - Parti 2 a 5
        - Del maggiore
          - Vna uolta & parte 3 a 2
          - Vna uolta & parti 5 a 3
          - Moltiplice come 6 a 2
          - Moltiplici & parte 7 a 3
          - Moltiplici & parti 8 a 3
    - Irrationale

Altri hanno fatto le ſpecie della proportione del minore cinque, quante ſono quelle del maggiore nominandole con i ſteſsi nomi delle maggiori, aggiugnendoui pero queſta uoce ſotto, il che hanno fatto (per quel ch'io credo) penſando che la parte, & le parti ſiano differenti dalla proportione, ilche non è: perche quando dicemo mezo, dicemo la quantita de un quanto in comparatione d'un'altro, ch'è eſſa proportione.

Eſſempio.

Del minore.	*Sotto moltiplice*
	Sotto una uolta, & parte
	Sotto una uolta, et parti
	Sotto moltiplice, et parte
	Sotto moltiplice, & parti.

Della Proportione in ſe.
Cap. II.

L*A proportione (come il quanto) ſi*

considera in se, & in comparatione; & perche prima è la cosa, che la comparatione di lei; innanzi si tratterà della proportione in se, & poi della comparatione di quella; et prima in uniuersale, poi in particolare, incominciando dalla uguale, come quella che tiene il loco di mezo.

1 *La proportione.*

Della proportione, è proprio l'essere causa della giusta distributione, della formosità, et della sanità.

Della giusta distributione, è causa perche dà à ciascuno quello che se le conuiene, et non ugualmente à tutti.

Della formosità: perche la formosità è la corrispondentia di tutte le parti con ordine situate.

Della sanità, perche la sanità è la corrispondentia delle proportioni, ch'ha il caldo al freddo, et l'humido al secco.

2 *La uguale.*

Proprio della proportione uguale, è l'esſere cauſa della quiete: perche la quiete naſce dall'eſſere il mouente, et il mobile nella uguale proportione, non potendo il mouente mouere lo uguale ad eſſo. Et percio quando l'huomo ſiede, et le ſue coſcie fanno gli angoli retti con le gambe, et con il buſto, eſſo huomo ripoſſa; et nel giacere proſtrati tutti gli animali ripoſano. Si ripoſſano anco nel ſtar ritte le piante, et l'altre coſe ch'hanno tutte le ſue parti continue. Nell'uno, et nell'altro de i due primi modi, le parti principali del corpo, che ſono legate l'una ſopra l'altra, cioe gambe, coſcie, et buſto, fanno gl'angoli retti, con la retta che ua al centro, i quali angoli ſono tra loro uguali, et pero quelle ugualmente peſano di qua, et di la da eſſa retta, onde ripoſano. Le piante, et l'altre coſe, che hanno tutte le parti loro con-

tinue, ſtandoritte, fanno il medeſimo, il che non fa lo animale, perche le coſcie, et il buſto, peſano ſopra le gambe; le peſano perche non ſono con quelle continue, ma ſopra eſſe ligate, et perche ogni poco, che l'animale ſi moue, uno de gli angoli ſi fa maggiore, et l'altro minore, onde ne ſegue la inugualità del peſo, cauſa del moto loro.

Della proportione uguale, è proprio ſuo tenire il loco di mezo tra le proportioni del minore, & del maggiore. Il ſegno di queſto è, che non ſi puo paſſare dall'una all'altra di quelle, che non ſi peruenghi ad eſſa uguale, il che auuiene fatto, o aggiugnendo alla minore, o leuando dalla maggiore, la differentia, che quelle hanno alla uguale, & non aggiugnendo alla maggiore la minore, o alla minore la maggiore del loro nome, come alcuni huomeni di gran nome hanno creduto. Per eſſempio ſe dalla duetanti ſi uorrà uenire alla uguale; biſogna leuare da quella eſſa uguale, &

non

non aggiugnerui la meza, et ſe dalla tre tanti li uolemo peruenire biſogna leuare da quella, la due tanti: perche in la due tanti è maggiore della uguale, et non aggiugnendoui il terzo, et il medeſimo ſia detto del aggiugnere alla minore.

4	2	2	6	2	4
2	2	2	2	2	2

Suo proprio è eſſere ſempre ad un modo, et queſto: perche il mezo è un ſolo; dall'una, et dall'altra banda, del quale ſi puo infinitamente diſcoſtare; et la uguale è in eſſo mezo, come ho prouato.

3 La inuguale.

Della proportione inuguale, è proprio l'eſſere cauſa del moto, ct dell'armonia.

Del moto, perche il mouente moue per la maggiore, et conueniente proportione ch'ha al mobile, et eſſo mobile è moſſo per la minore proportione ch'ha al mouente.

Dell'armonia è cauſa perche la armo-

E

nia è corriſpondentia di proportioni di ſoni graui, et acuti.

4 *La parte, et il moltiplice.*

E proprio della parte, et del moltiplice diſcoſtarſi infinitamente dalla uguale, la parte deſcendendo, et il moltiplice aſcendendo, come per i ſeguenti eſſempij appare, ne i quali l'unità rappreſenta la proportione uguale: perche il Quanto comparato al ſuo uguale, è una uolta quello, & de gli altri, il numero di ſopra rappreſenta il comparato: l'altro quello al qual ſi compara, & la lettera A il principio del progreſſo. Eſſempio.

Del moltiplice.										*Della parte.*							
9	8	7	6	5	4	3	2	A	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	3	4	5	6	7	8	9

5 *La una uolta & parte.*

E proprio della una uolta & parte deſcendendo accoſtarſi infinitamente alla uguale, ſenza mai peruenire à quella coſa degna

di merauiglia, & lo fa interotamente, ma con ordine naturale de ſuoi termini.

Eſſempio della una uolta, & parte.

1	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	A
	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	

6 *Le parti l'una uolta & parti, & la moltiplice, & parti.*

Le parti, l'una uolta, et parti, & la moltiplice et parti, hanno queſta proprietà, di poterſi aſcendendo diſcoſtare infinitamente dalla uguale interotamente. Eſſempio.

Delle parti.

2	5	4	3	2	2	A
7	6	5	5	5	3	1

L'una uolta & parti.

11	9	8	7	7	5	A
6	5	5	5	4	3	1

Moltiplice, & parti in una moltiplicatione.

17	14	13	12	11	8	A
6	5	5	5	4	3	1

Moltiplice, & parti uariando la moltiplicatione.

47	34	28	22	15	8	A
6	5	5	5	4	3	1

7 *La moltiplice, & parte.*

Vltimamente è proprio ſolamente della moltiplice, & parte poterſi accoſtare, & diſcoſtare dalla uguale infinitamente, per

che ogni ordine di quella restando ferma in quanto alla moltiplicità, per cagione della parte si accosta, ma accrescendo la moltiplicità, si discosta, et l'uno, & l'altro fa interotamente. Essempio.

Moltiplice, et parte in una moltiplicità.	*Moltiplice, & parte uariando la moltiplicità.*
1 15 13 11 9 7 5 A	50 37 26 17 10 5 A
7 6 5 4 3 2	7 6 5 4 3 2 1

Dalle cose dette, & da gli essempij, si uede quanto sia l'uso delle proportioni, in tutte le scientie & arti, & è manifesto, che la proportione uguale, è sempre ad un modo, & che quella della parte, & quella del moltiplice nel discostarsi dalla uguale, serua no l'ordine naturale, con ilquale numeriamo: per lo che, la uguale deue precedere à tutte: perche con la sua stabilità, ne fa conoscere la uariabilità dell'altre. Et dell'altre deue precedere la parte, & la moltiplice, essendo che il parangone dell'ordine suo, ci fa conoscere, che l'altre non sono ordinate.

Della proportione comparata. Cap. III.

LA proportione comparata ad un'altra, è o uguale, ò disuguale.

1 *La uguale.*

Una proportione è uguale ad un'altra: quando l'antecedente di lei in comparatione del suo conseguente è la medesima quantità, ch'è l'antecedente dell'altra in comparatione del suo.

6	4
3	2

2 *La inuguale.*

Due proportioni si dicono inuguali: quando l'antecedente dell'una, è maggiore quantità in comparatione del suo conseguente, che l'antecedente dell'altra in comparatione del suo.

6	4
2	2

3 *La maggiore.*

Maggiore, si dice quella l'antecedente, del-

laquale incomparatione del ſuo conſeguente è maggiore quantità, che l'anteceden te dell'altra incomparatione del ſuo. 6 2 / 4 2

4 *La minore.*

Et minore ſi dice quella l'antecedente, della quale incomparatione del ſuo conſeguente, è minore quantità dell'antecedente del l'altra incomparatione del ſuo. 6 4 / 8 4

Le proportioni inuguali, ſono ò commenſurabili, ò incommenſurabili.

5 *Le commenſurabili.*

Due proportioni ſi dicono commenſurabili: quando il denominatore d'una medeſima proportione, puo miſurare ambidue i denominatori loro.

6 3	8 4	6 1
2	2	6

6 *Il denominatore.*

Denominatore della proportione, ſi dice il Quanto, che eſplica la quantità di quella.

7 *La incommensurabile.*

Due proportioni si dicono incommensurabili, quando niuno denominatore d'altra proportione puo, misurare ambidue i loro denominatori.

Di queste si dirà particolarmente al suo loco.

Se delle proportioni commensurabili, la comparata è minore dell'altra, alla qual si compara, ella è ò parte, ò parti di quella.

8 *La parte.*

Vna proportione, si dice parte d'un'altra: quando il denominatore suo, misura il denominatore dell'altra.

4 2	8 4
2	2

9 *Le parti.*

Parti, si dice una proportione d'un'altra: quando essendo di quella minore, il denominatore di lei, non puo misurare il denomi

natore dell'altra, & qual- 4 2 6 3
che sua parte lo misura. 2 2

Se delle proportioni commensurabili la comparata è maggiore dell'altra, è ò una uolta, & parte quella, ò una uolta, et parti, ò moltiplice, ò moltiplice. & parte, ò finalmente moltiplice, & parti.

10 *L'una uolta, & parte.*

Vna proportione, si dice una uolta, & parte d'un'altra: quando il denominatore di lei è una uolta & parte il de- 6 3 4 2
nominatore dell'altra. 2 2

11 *L'una uolta, et parti.*

Vna uolta, & parti, si dice una proportione d'un'altra: quando il denominatore di lei è una uolta, & parti il de 10 5 6 3
nominatore dell'altra 2 2

12 *Moltiplice.*

Moltiplice si dice una proportione d'un'al tra:

tra: quando il suo denominatore è moltiplice al denominatore di quella. 8/2 4 4/2 2

13 *Moltiplice, & parte.*

Moltiplice & parte, si dice una proportione d'un'altra: quando il suo denominatore è moltiplice, et parte di quella. 10/2 5 4/2 2

14 *Moltiplice, & parti.*

Moltiplice & parti, si dice una proportione d'un'altra: quando il denominatore di lei è moltiplice, & parti del denominatore dell'altra. 14/2 7 6/2 3

Regola prima.

Le proportioni de i quanti comparati ad uno, s'hanno l'una all'altra, come il quanto al quanto.

Siano i due quanti A & B *comparati al quanto* C, *dico che la proportione di*

A al C alla proportione di B al C si ha come il quanto A al quanto B, la qual cosa così si dimostra. Per la diffinitione; la proportione è la quantità di un quanto, in comparatione d'un'altro quanto della sua specie; onde se A, & B sono uguali; comparati al C è la medesima quantità l'uno, che l'altro, & percio la proportione di A al C è uguale alla proportione di B al C, come il quanto A al quanto B; ch'è lo intento.

6 A ______
3 C ______
6 B ______

Se il quanto A è maggiore del quanto B, la proportione di A al C, è nel istesso modo maggiore della proportione di B al C, perche A in comparatione di C, è quanto il B in comparatione di esso C, & di piu di esso B per quel tanto, che esso A supera esso B, come per essempio se A e due uolte il B; egli e in comparatione di C, due uolte quanto il

B, & percio come s'ha il quanto A, al quanto B, cosi s'ha la proportione di A al C alla proportione di B al C, ch'è lo intento.

6	A ————
4	C ————
3	B ————

Finalmente se il quanto A, è minore del quanto B, la proportione di A al C per le istesse raggioni è nel medesimo modo minore della proportione di B al C che pur è lo intento.

2	A ————
2	C ————
4	B ————

Il medesimo si dimostrerà di tutte le proportioni de i quanti comparati ad uno. Adunque le proportioni de i quanti comparati ad uno, s'hanno l'una all'altra, come il quanto, al quanto, ch'era da dimostrarsi.

Corelario I.

Da qui è manifesto, che i quanti comparati ad uno, s'hanno l'uno all'altro come la proportione alla proportione.

Corelario II.

Da qui è manifesto, che i quanti uguali ad uno, sono uguali tra loro, perche se le proportioni di A *&* B *al* C *sono ciascuna la uguale, sono uguali tra loro, et percio essi quanti sono uguali.*

4	A	________
4	C	________
4	B	________

Corelario III.

Ancora è manifesto, che i quanti che sono il doppio d'uno medesimo quanto, sono uguali fra loro.

6	A	________
3	C	________
6	B	________

Et che i quanti, che sono la metà d'uno medesimo quanto, sono uguali tra loro.

3	A	________
6	C	________
3	B	________

Da questi corelarij & da gli altri, che in questi libri si leggono, si uede, che le proposte dette communi pareri, non sono indemostrabili come alcuni hanno creduto. Ma

appresso me, tutte le proposte che affermano, ò negano alcuna cosa, sono demostrabili: perche l'affirmare, & il negare, nasce da qualche causa, & il rendere la causa è dimostratione. Ne è marauiglia che questa scientia delle Communi Passioni del Quanto, dimostri i principij communi di tutte l'altre scientie mathematiche, essendo à quelle superiore, ma sarebbe da marauigliarsi quando non lo facesse.

Regola II.

Le proportioni d'un quanto comparato à diuersi quanti, s'hanno l'una all'altra, come l'uno de i quanti all'altro scambieuolmente.

Sia il quanto A comparato a i quanti B et C. Dico che la proportione di A al B alla proportione di A al C s'ha come il C al B, la qual cosa in questo modo si dimostra. Se i quanti B & C sono uguali per la diffinitione della proportione, il C ha la medesima proportione all'uno, che all'altro, per-

che egli è la medesima quantita in comparatione dell'uno che dell'altro, & percio la proportione di A *al* B *alla proportione di* A *al* C, *s'ha come il quanto* C *al quanto* B *ch'è lo intento.*

6	B ______
4	A ______
6	C ______

Se C *è maggiore di* B *la proportione di* A *al* B, *è nell'istesso modo maggiore della proportione di* A *al* C: *perche il quanto* A *in comparatione di* B, *è quanto in comparatione di* C, *& di piu per quel tanto che* C *è maggiore di* B, *come per essempio, se* C *è due uolte quanto* B *lo* A *è la metà manco comparato ad esso* C *di quello che è comparato al* B *cioe il doppio comparato al* B; *onde come s'ha il quanto* C *al quanto* B, *cosi si ha la proportione di* A *al* B *alla proportione di* A *al* C, *che è lo intento.*

2	B ______
1	A ______
4	C ______

Se C *è minore di* B *per le istesse rag-*

gioni la proportione di A *al* B, *e nello istesso modo minore della proportione di* A *al* C, *che*   6 B———
pur e lo in-   3 A———
tento.   3 C———

Il medesimo si dimostrerà di tutte le proportioni di un quanto comparato à diversi quanti. Adunque le proportioni di un quanto comparato à diversi quanti, s'hanno l'una à l'altra, come uno de i quanti all'altro scambievolmente, ch'era da dimostrarsi.

Corelario I.

Da qui è manifesto, che i quanti à quali uno è comparato, s'hanno l'uno all'altro, come le proportioni scambievolmente.

Corelario II.

Da qui è manifesto, che i quanti à quali uno medesimo è uguale, sono uguali tra loro: perche se le proportioni di A *al* B, *& al* C, *ogn'una di esse è la uguale, sono*

ugualì tra loro,	6	B ________________
& perciò essi	6	A ________________
quanti uguali.	6	C ________________

Corelario III.

Ancora è manifesto, che i quanti à quali uno medesimo	2	B ________
è doppio, sono ugua-	4	A ________________
le fra loro.	2	C ________
Et che i quanti, de' quali uno medesimo è la metà,	6	B ________________
sono uguali fra	3	A ________
loro.	6	C ________________

Vi è una proposta delle proportioni uniuersale, laquale dice così. La proportione alla proportione, s'ha, come il produtto dell'antecedente di lei nel conseguente, dell'altra, al produtto dell'antecedente dell'altra nel conseguente di lei. La quale dimostra di tutte le proportioni comparate l'una all'altra, ò siano quelle de' quanti comparati ad uno, ò di uno comparato à piu guenti,

ò di quanti comparati, à quali ſi uogliano altri quanti; ma perche in eſſa biſogna produre gli antecedenti, ne i conſeguenti, et la proditione de numeri, e diuerſa da quella delle grandezze, non ſi può trattarla in queſti libri, però ſi leggerà ne i miei Elementi Geometrici.

Fine del Secondo Libro.

SILVIO BELLI VICENTINO

Della Diffinitione, Diuiſione, & Conſideratione della Proportionalità.

LIBRO TERZO.

DELLA DIFFINITIONE, & Diuiſione della Proportionalità. Cap. I.

PROPORTIONALITÀ, ſi dice la ugualita delle proportioni.

La proportionalità, ſi diuide in Arithmetica, Geometrica, Har-

monica, et Contraharmonica.

2 *La Arithmetica.*

Proportionalità Arithmetica, si dice la ugualità delle proportioni Arithmetiche. 2 2 / 5 7 9

Questa ci mostra l'ordine naturale, con il quale numeriamo, 1 2 3 4 *et altri infiniti ordini, che come il naturale i termini loro s'auanzano ordinatamente nella medesima quantità,* 1 3 5 7 9.

3 *La Geometrica.*

Proportionalità Geometrica, si dice la ugualità delle proportioni Geometriche. 6 9 / 4 6

4 *La Harmonica.*

Proportionalità Harmonica, si dice la ugualità delle proportioni, l'una ch'ha la differentia dello antecedente sopra il conseguente, alla differentia del conseguente so-

pra il terzo quanto, l'altra la proportione dell'antecedente al terzo quanto.

2		1
6	4	3

Da queste si fanno la consonantia, et la melodia, quando è ne i soni, et al musico s'aspetta.

6 La contraharmonica.

Proportionalità contraharmonica, si dice la ugualità delle proportioni, l'una che ha la differentia del conseguente sopra il terzo quanto, alla differentia dell'antecedente, sopra il conseguente, l'altra la proportione dell'antecedente al terzo quanto.

1		2
6	5	3

La proportionalità Arithmetica, Harmonica, & Contraharmonica, non si tratta in questi libri.

Le specie della proportionalità Geometrica, sono la continua, & la discontinua.

6 La continua.

Proportionalità continua, si dice quella i termini dellaquale hanno per ordine, l'uno all'altro la medesima proportione. 1 2 4

7 *La discontinua.*

Proportionalità discontinua, si dice quella i cui termini, hanno l'uno, all'altro, la medesima proportione interotamente. 6 4 / 3 2

Le prime specie della proportionalità discontinua, sono due, quella di una specie, & quella di specie diuerse.

8 *Di una specie.*

Proportionalità d'una specie, si dice quella ch'ha i termini delle proportioni, che la fanno tutti d'una specie, di quanto. 3 6 / 1 2

9 *Di specie diuerse.*

Proportionalità di specie diuerse, si dice quella, che ha i termini d'una delle propor-

tioni, che la compongono d'una specie di quanto, et i termini dell'altra di dette proportioni, di un'al- 8 ——
tra specie di quanto. 4 ——

Le specie di ciascaduna delle proportionalità, sono quante le specie della proportione, come per essempio, la continua nella rationalità, puo essere parte, parti, una uolta & parte, una uolta & parti, moltiplice, et parte, & finalmente, moltiplice, & parti.

parte	*parti.*
1 2 4	4 6 9
una uolta & parte.	*una uolta & parti.*
9 6 4	27 45 75

moltiplice

4 2 1

moltiplice, & parte.	*moltiplice, & parti.*
50 20 8	192 72 27

I quanti ch'hanno la medesima proportione, si dicono proportionali.

4 6
2 3

Della proportionalità in se. Cap. II.

La proportionalità, si considera solamente in se stessa.

Le passioni communi della proportionalità, sono le seguenti; le quali di sotto dimostrerò. Ma prima dichiarerò i loro nomi.

1 *La scambiata.*

Scambiata si dice la proportionalità, comparandosi l'antecedente d'una proportione all'antecedente dell'altra, & il conseguente al conseguente.

	6	4	6	4
	4	2	4	2

2 *All'indietro.*

All'indietro si dice comparandosi i conseguenti à gli antecedenti.

	6	3	4	2
	4	2	6	3

3 *La composta.*

Composta comparandosi l'antecedente, et il conseguente tolti in- 6 3 10 5 sieme al conseguente. 4 2 4 2

4 *La simile.*

Simile, si dice comparandosi gli antecedenti tolti insieme à conse- 6 3 9 3 guenti tolti insieme. 4 2 6 2

5 *La diuisa.*

Diuisa, si dice comparandosi l'auanzo dell'antecedente sopra il con- 6 3 2 1 seguente al conseguente. 4 2 4 2

6 *La strauolta.*

Strauolta, comparandosi al detto auanzo l'antece- 3 6 3 6 dente. 2 4 1 2

7 *Del pari.*

Del pari, se chiama quando sono piu di due quanti, & ne sono altri tanti, che à due

due a due hanno la medesima proportione de i primi, comparandosi de i primi et de i secondi il primo all'ultimo. 8 4 6   8 4 / 4 2 3   6 3

La proportionalità del pari, è ò ordinata, ò turbata.

8 *La ordinata.*

Ordinata si chiama, quando de i primi quanti l'antecedente al conseguente, s'ha come l'antecedente de secondi al conseguente, & il conseguente de' primi al terzo quanto, come il conseguente de secondi al terzo quanto. 6 4 8   6 3 / 3 2 4   8 4

9 *La turbata.*

Turbata, si dice, quando de i tre primi l'antecedente al conseguente, s'ha come il conseguente de secondi, al terzo quanto, & il conseguente de primi, al terzo quanto, come l'antecedente de' secondi al conseguente. 4 6 12   4 3 / 3 6 9   12 9

Regola I.

Se quattro quanti sono proportionali, ancora scambiatamente sono proportionali. *Siano i quattro quanti proportionali* A B C D *lo* A *al* B, *& il* C *al* D;

6 A__________ 4 C________

3 B_____ 2 D____

Dico che A *al* C, *s'ha come* B *al* D; *ilche così è manifesto. Per la prima Regola del secondo libro; la proportione di* A *al* C, *alla proportione di* B *al* C, *s'ha come il quanto* A, *al quanto* B, *& per la seconda del medesimo la proportione di* B *al* D, *alla proportione di* B *al* C, *s'ha come il* C *al* D, *ò come* A *al* B *che dal presupposito è la medesima; onde la proportione di* A *al* C, *alla proportione di* B *al* C, *s'ha come la proportione di* B *al* D, *alla medesima proportione di* B, *al* C: *per la qual cosa, la proportione di* A *al* C, *& di* B, *al*

D, *per il conuerſo della prima parte della prima regola del ſecondo, ſono uguali, ch'è lo intento. Il medeſimo ſi dimoſtrerà di tutti i quanti proportionali: Adunque ſe quattro quanti ſono proportionali, ancora ſcambiatamente ſono proportionali, ch'era da dimoſtrarſi.*

Regola II.

Se ſono quattro quanti proportionali, ancora all'indietro ſono proportionali.

Siano i quattro quanti proportionali A B C D, *lo* A *al* B, *& il* C *al* D.

6 A________ 4 C________

3 B________ 2 D________

Dico che ancora B, *all'* A, *s'ha come* D *al* C, *la qual coſa coſi ſi dimoſtra. Per la prima Regola del ſecondo libro, la proportione di* B *al* C, *alla proportione di* A *al* C, *s'ha come il quanto* B, *al quanto* A, *& per la ſeconda del medeſimo, la proportione di* B *al* C, *alla*

proportione di B *al* D, *s'ha come il quanto* D *al quanto* C, *& per la precedente le proportioni di* A *al* C, *& di* B, *al* D *sono uguali, & perche quelle sono uguali, per la prima parte della prima regola del secondo libro, s'hanno nel medesimo modo alla proportione di* B *al* C, *onde* B *all'* A, *s'ha come* D *al* C, *che è lo intento.*

6 A__________ 4 C__________
3 B__________ 2 D_____

Il medesimo si dimostrerà di tutti i quanti proportionali. Adunque se quattro quanti sono proportionali, ancora allo indietro sono proportionali, ch'era da dimostrarsi.

Regola III.

Se sono quattro quanti proportionali, ancora composti sono proportionali.

Siano i quattro quanti proportionali, A B C D, *lo* A *al* B, *& il* C, *al* D.

6 A__________ 4 C_______
3 B_____ 2 D____

Dico che A *&* B, *tolti insieme al* B, *s'hanno come* C *et* D, *tolti insieme al* D. *La qual cosa così si proua, lo* A, *&* B *insieme comparati al* B, *sono maggiori di esso* B *nell'* A, *et* C, *et* D *comparati insieme al* D, *sono maggiori di esso* D *nel* C, *et perche dal presupposito* A, *&* C, *sono proportionali al* B, *&* D, *ò sono a quelli uguali, ò nel medesimo modo maggiori, ò minori; onde* A B, *al* B, *&* C D, *al* D, *sono nel medesimo modo maggiori, cioè sono a quelli proportionali, ch'è lo intento.*

Il medesimo si dimostrerà, di tutti i quanti proportionali. Adunque se quattro quanti sono proportionali, ancora composti, sono proportionali, ch'era da dimostrarsi.

Regola IIII.

Se quattro quanti ſono proportionali, ancora nella ſimile proportione, ſono proportionali.

Siano i quattro quanti proportionali A B C D, *lo* A *al* B, *&* *il* C, *al* D.

6 A__________ 4 C________
3 B_____ 2 D____

Dico che A *et* C *tolti inſieme al* B, *&* D *tolti inſieme s'hanno come* C *al* D; *la qual coſa coſi ſi dimoſtra. Per la prima regola di queſto l'*A *al* C *s'ha, come il* B *al* D, *et per la precedente l'*A, *&* C *tolti inſieme al* C *s'hanno, come il* B *&* D *tolti inſieme al* D, *& una altra uolta per la ſcambiata proportionalità l'*A *&* C *inſieme al* B *&* D *inſieme s'hanno come* C *al* D, *ch'è lo intento. Il medeſimo ſi dimoſtrerà di tutti i quanti proportionali. Adunque ſe quattro quanti ſono proportionali, ancora nella*

ſimile proportione ſono proportionali, ch'era da dimoſtrarſi.

Corelario I.

Di qui è manifeſto, che giugnendoſi ugualmente a quanti uguali, le ſome ſono uguali.

Corelario II.

Di qui è manifeſto che ſe à quanti uguali ſi giugne quanti diſuguali, le ſome ſono diſuguali, ch'è il conuerſo del precedente corelario.

Corelario III.

Ancora dalla ſopradetta regola è manifeſto, che ſe un tutto, ad un'altro tutto, s'ha come il leuato all'altro leuato, ancora il reſtante, all'altro reſtante, s'ha come il tutto al tutto, che è la ſua conuerſa.

Corelario IIII.

Di qui è manifeſto, che ſe da coſe ugua-

li ſi leuano coſe uguali, i rimanenti ſono uguali.

Corelario V.

Di qui è manifeſto, che ſe da quanti ugua li ſi leua quanti diſuguali i rimanenti ſono diſuguali, ch'è il conuerſo del preceden te corelario.

Regola V.

Se quattro quanti ſono proportionali, ancora diuiſamente ſono proportionali, ſe però gli antecedenti, ſono maggiori de i conſeguenti.

Siano i quattro quanti proportionali, AB C DE F, *lo* AB, *al* C, *&* *lo* DE *all'*F, *ſe* AB *&* DE *ſono maggiori di* C *&* F.

6 A____4____G 2__B 3 D___2 H 1__E
4 C________ 2 F____

Dico che gli auanzi di AB, *ſopra* C, *et di* DE *ſopra* F, *comparati al* C, *&*

allo

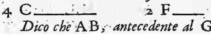
allo F *ſono proportionali; laqual coſa coſi ſi proua. Siano* GB, *&* HE, *i detti auanzi: Hor per la ſcambiata proportionalità* AB *al* DE, *s'ha come* C *all'*F, *cioè come* AG *al* DH; *onde per la precedente* GB *allo* HE, *s'ha come* AB *al* DE, *ouero come* C *all'* F, *& un'altra uolta per la ſcambiata* GB *s'ha al* C, *come* HE *all'* F, *ch'è lo intento. Il medeſimo ſi dimoſtrerà di tutti i quanti proportionali, de i quali, gli antecedenti ſiano maggiori de i conſeguenti. Adunque i quanti proportionali, de' quali, gli antecedenti ſiano maggiori de i conſeguenti, ſono ancora diuiſamente proportionali, ch'era da dimoſtrarſi.*

Regola VI.

Se ſono quattro quanti proportionali, ancora nella ſtrauolta proportione, ſono proportionali, ſe gli antecedenti ſono maggiori de i conſeguenti.

I

Siano i quattro quanti proportionali, AB C DE F, *lo* AB, *al* C, *&* *lo* DE *all'* F, *&* AB *sia maggiore di* C, *nello* GB, *&* DE *di* F *nello* FE.



Dico che AB, *antecedente al* GB, *auanzo di esso* AB, *sopra il* C *conseguente, s'ha come* DE, *antecedente allo* HE, *auanzo di esso antecedente sopra* F *conseguente, la qual cosa così si proua. per la scambiata proportionalità* AB *al* DE, *s'ha come* C *allo* F, *cioè come* AG, *al* DH, *et per il secondo corelario della quarta regola di questo* AB *al* DE, *s'ha come* GB *allo* HE, *&* *un'altra uolta per la scambiata* AB, *primo al* GB *terzo, s'ha come* DE *secondo, allo* HE *quarto, ch'è lo intento.*

Il medesimo si dimostrerà di tutti i quanti proportionali, de quali gli antecedenti sieno maggiori de i conseguenti; adunque

i quanti proportionali, de quali gli antecedenti siano maggiori de i conseguenti, sono ancora proportionali nella strauolta proportione, ch'era da dimostrarsi.

Regola VII.

Se sono piu di due quanti, et ne sieno altri tanti, che a due, a due habbiano ordinatamente la proportione de i primi nella proportione del pari, sono proportionali.

Siano i tre quanti ABC, *& ne sieno tre altri* DEF, *et* A *al* B, *s'habbia come* D *allo* E, *et* B *al* C, *come lo* E *allo* F.

6	A———	4	D———
3	B———	2	E———
3	C———	2	F———

Dico che A *al* C, *s'ha come* D *all'* F. *La qual cosa cosi si manifesta. Per la seconda di questo* C *al* B, *s'ha come* F *allo* E: *onde* A, *&* C *al* B, *s'hanno come* D *et* F *allo* E, *et per la prima*

del secondo, la proportione di A *al* B, *alla proportione di* C, *al* B, *s'ha come il quanto* A *al quanto* C, *et il quanto* D *al quanto* F, *che è lo intento.*

Il medesimo si dimostrerà di tutti i quanti, de' quali i secondi habbiano ordinatamente a due, a due la proportione de' primi. Adunque se sono piu di due quanti, & ne sieno altri tanti, che à due, a due, habbiano la proportione de i primi ordinatamente, ancora nella proportione del pari, sono proportionali, ch'era da dimostrarsi.

Regola VIII.

Se sono piu di due quanti, & ne sieno altri tanti, che a due, a due habbiano turbatamente la proportione de i primi, nella proportione del pari sono proportionali.

Siano i tre quanti A B C, *& ne sieno tre altri* D E F, *et* A *al* B, *s'habbia come* E *allo* F, *&* B *al* C, *come* D *all'*E.

6 A________ 3 D______
4 B______ 3 E______
4 C______ 2 F____

Dico che A *al* C, *s'ha come* D *all'*F, *la qual cosa così si proua. Per la seconda di questo* B, *allo* A, *s'ha come lo* F *allo* E, *et dal presupposito,* B *al* C, *s'ha come* D *allo* E: *onde per la seconda del secondo, la proportione di* B *al* C, *alla proportione di* B, *allo* A, *s'ha come il quanto* A *al quanto* C, & *per la prima del medesimo, la proportione di* D, *allo* E, *ò di* B *al* C, *alla proportione di* F *allo* E, *ò di* B, *allo* A, *s'ha come il quanto* D *al quanto* F: *ilche anco è dimostrato del quanto* A, *al quanto* C, *onde lo* A *al* C, *s'ha come il* D, *allo* F, *che è lo intento.*

Il medesimo si dimostrerà di tutti i quanti, de' quali ne sieno altri tanti, che à due, a due, habbiano turbatamente la proportione de i primi. Adunque se sono piu di

due quanti, & ne ſieno altri tanti, che a due a due habbiano turbatamente la medeſima proportione, de' primi, ſono nella proportione del pari proportionali, ch'era da dimoſtrarſi.

Regola IX.

Se ſono ſei quanti, de quali il primo, et terzo al ſecondo, habbiano la proportione, ch'ha il quanto, et ſeſto al quinto, il primo et terzo tolti inſieme al ſecondo, hanno la proportione del quarto, & ſeſto tolti inſieme al quinto.

Siano i ſei quanti ABC, *et* DEF, *et la proportione di* A *al* B, *ſia come la proportione di* D *allo* E, *et la proportione di* C *al* B, *come la proportione di* F *allo* E.

6 A__________ 3 D______
4 B_______ 2 E____
2 C____ 1 F ___

Dico che A, & C *tolti inſieme al* B,

s'hanno come D *et* F, *tolti insieme allo* E. *Il che così si proua. Per lo secondo corelario della prima regola del secondo, lo* A *al* C, *s'ha come* D *allo* F, *perche* A *et* C, *al* B *dal presuppostito, s'hanno come* D *et* F *allo* E. *Et per la prima di questo scambiatamente, lo* A *al* D, *& il* B *allo* E, *s'hanno come* C *allo* F, *& per la quarta di questo* A *et* C *insieme al* D *&* F *insieme, s'hanno come* B *allo* E, *& una altra uolta per la scambiata* A *&* C *insieme primo s'ha al* B *terzo, come* D *&* F *secondo allo* E *quarto, che e lo intento.*

6 A________________	3 D________
4 B__________	2 E_____
2 C_____	1 F___

Il medesimo si dimostrerà di tutti i quanti, de' quali il primo, & terzo, al secondo habbiano la proportione del quarto, et sesto al quinto. Adonque se sono sei quanti, che il primo & terzo s'habbiano al se-

condo come il quarto, & sesto al quinto; ancora il primo, et terzo tolti insieme al secondo, s'haueranno come il quarto, & sesto tolti insieme al quinto, ch'era da dimostrarsi.

Regola X.

Se uno de i quattro quanti proportionali è maggiore de gli altri; uno de gli altri è minore. Et se il maggiore è antecedente, il minore è l'altro conseguente; et se il maggiore è conseguente, il minore, è l'altro antecedente.

Siano i quattro quanti proportionali ABCD, *lo* A *al* B, *&* C *al* D, *se l'antecedente* A, *è maggiore di ciascuno de gli altri tre.*

6 A__________ 4 C_______
3 B_____ 2 D____

Dico che il conseguente D, *è minore di* A, *di* B, *et di* C, *& se il conseguente* B, *è maggiore di ciascuno de gli altri*

tri

tri tre. Dico che l'antecedente C, *è minore di* A, *di* B, *&* *di* D. *Sia prima* A *maggiore perche* A, *è maggiore di* B, *il* C, *è maggiore di* D; *perche dal presupposito* A *al* B, *s'ha come* C *al* D, *& perche* A, *è maggiore di* C, *per la prima di questo, anco* B, *è maggiore di* D. *Adunque* D, *è minore di* C, *di* B, *& di* A, *che è lo intento. Se* B, *è maggiore si proua, che* C, *è minore di ciascuno de gli altri tre, in questo modo. Per la seconda di questo* B, *allo* A, *s'ha come* D, *al* C, *talche, essendo* B *maggiore di* A, *anco* D *è maggiore di* C, *& per la scambiata* B *al* D, *s'ha come* A *al* C; *onde ne segue, che essendo* B *maggiore di* D, *lo* A *sia maggiore di* C. *Adunque* C, *è minor di* B, *di* D, *et di* A, *che è lo intento.*

6 A__________ 2 C________

3 B_____ 4 D____

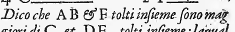
K

Il medesimo si dimostrerà di tutti i quanti proportionali. Adunque se sono quattro quanti proportionali, & uno d'essi sia maggiore de gli altri tre, uno de gli altri è minore, & se il maggiore è l'antecedente, il minore è l'altro conseguente, & se il maggiore è il conseguente, il minore è l'altro antecedente, che era da dimostrarsi.

Regola XI.

Se sono quattro quanti proportionali, et ch'uno di essi sia maggiore de gli altri; esso maggiore, & il minore tolti insieme, sono maggiori de gli altri due tolti insieme.

Siano i quattro quanti proportionali, AB C DE F, *lo* AB *al* C, *&* DE, *allo* F, *& sia* AB *maggiore,* F *per la precedente, serà il minore.*



Dico che AB *&* F *tolti insieme sono maggiori di* C *et* DE, *tolti insieme: laqual*

cosa così si dimostra: intendasi AG *tolto di* AB *uguale al* C, *&* DH *tolto di* DE *uguale allo* F, *per la prima di questo* AG *allo* DH, *s'ha come* AB *al* DE, *& per lo secondo corellario della quarta regola di questo, il restante* GB, *al restante* HE, *s'ha come il tutto* AB, *al tutto* DE, *& dal presupposito* AB, *è maggiore di* DE, *onde anco* GB, *è maggiore di* HE. *Hor intendasi* GK, *uguale allo* HE, *serà* GK; *& lo* F, *uguali al* DE, *&* AG *dal presupposito è uguale al* C, *onde* GK, *& lo* F, *& lo* AG, *tolti insieme, sono uguali al* DE, *et il* C *tolti insieme. Adunque tutto lo* AB, *et lo* F, *sono di quelli maggiori nel* KB, *che è lo intento.*

Il medesimo si dimostrerà di tutti i quanti proportionali, de' quali, uno sia maggiore de gli altri. Adunque se sono quattro quanti proportionali, & che uno di essi sia maggiore de gli altri, esso maggiore, &

il minore tolti insieme, sono maggiori de gli altri due tolti insieme, che era da dimostrarsi.

A fine che ciascuno intenda, con quale ordine siano disposte le undeci Regole, della proportionalità poste qui innanzi, Dico che le due ultime, sono poste in quel loco perche trattano accidenti diuersi, da gli accidenti che trattano l'altre, et perche sono meno uniuersali di quelle; Delle noue che restano, le tre ultime sono in quel loco: perche sono piu composite dell'altre essendo che sono fatta da piu termini, & la prima, & seconda di loro, solamente comparano i loro termini, & la terza i compone, et i compara, per lo che, sono quelle piu semplici di questa, essendo che prima è il semplice del composito. La prima di quelle due, precede all'altra, perche è ordinata, et quella turbata. Delle altre sei, le due prime comparano i loro termini senza comporli, & senza diuiderli, et le due secon-

de i compongono, & i comparano, et le due terze i deuidono, & i comparano, & sono anco meno uniuersali dell'altre; & è prima come si è detto il semplice del composito, & prima il composito del diuiso. oltre di ciò delle due prime, la prima precede, perche compara i suoi termini diuersamente; & la seconda al contrario; Del*l'altre due, la prima preciede, perche compone i termini di una proportione insieme, & l'altra quelli di diuerse proportioni, et finalmente la prima dell'altre due preciede, perche compara drittamente, et l'altra strauoltamente.*

Se sono otto quanti, de quali il quinto al primo, s'habbia come il sesto al terzo, et il settimo al secondo, come l'ottauo al quarto, & finalmente il quinto al settimo, come il sesto all'ottauo. Il primo al secondo, s'ha come il terzo al quarto.

Questa proposta ho fatta oltre il numero delle regole, à fine che si uegga, che la

quinta diffinitione del quinto libro de gli Elementi di Euclide, è propoſta dimoſtrabile, & non immediata, come eſſo Euclide l'ha ſuppoſta: laquale io poteua dimoſtrare ſpeciale de i moltiplici ſolamente, ma perche ciò s'hauerebbe fatto con i ſteſſi mezi, che uſo in queſta, l'ho fatta uniuerſale.

Siano otto quanti A *primo,* B *ſecondo,* C *terzo,* D *quarto,* E *quinto,* F *ſeſto,* G *ſettimo, &* H *ottauo, &* E *al lo* A, *s'habbia come* F, *al* C, *&* G *al* B, *come* H *al* D, *et finalmente* E *al* G, *come* F, *allo* H.

8	E________	4	F______
4	A____	2	C___
2	B___	1	D_
6	G______	3	H____

Dico che A, *al* B, *s'ha come* C, *al* D, *la qual coſa in queſto modo ſi proua, per la ottaua di queſto* A *al* G, *s'ha come* C *allo* H, *& per la ſeconda del mede*

ſimo G allo A, s'ha come H al C, et dal preſuppoſito G al B, s'ha come H al D, onde il quanto G, alli quanti B, et A, s'ha come il quanto H, alli quanti D et C, che per la ſeconda del ſecondo A al B, s'ha come C al D, che è lo intento.

Il medeſimo ſi dimoſtrerà di tutti i quanti, che habbiano le conditioni dette di ſopra. Adunque quando ſono otto quanti, &c. ch'era da dimoſtrarſi.

Fine del terzo, & ultimo libro.

Errori

Carta		Linea	Leggi
23		20	A in loco di C
27	tergo	14	75 45 27
28		12 13	6 4 6 3
			3 2 4 2
33	tergo	4	H E in loco di F E
35	tergo	9	quarto, in loco di quanto